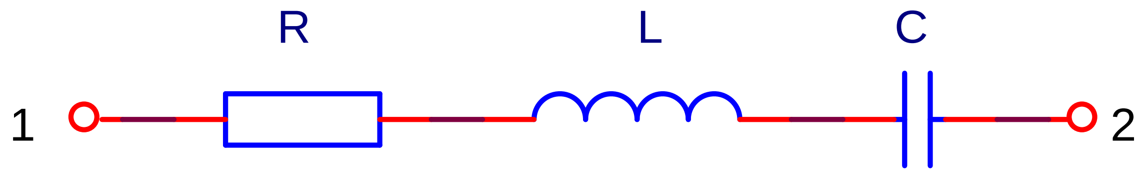
Ecole Nationale Supérieure des Mines
SAINT-ETIENNE
Cycle ISMIN

Radiocommunications

Circuits résonants

Joël Redoutey - 2009

Circuit résonant série



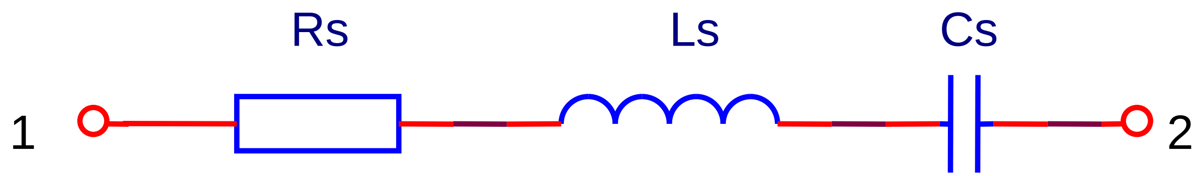
$$Z_{12} = R + jL\omega + 1/jC\omega$$
$$Z_{12} = R + (1- LC\omega^2)/jC\omega$$

Z_{12} est <u>minimale</u> pour $\omega = \omega_0$ tel que $\mathbf{LC\omega_0^2 = 1}$

$$\boxed{Z_{12}(\omega_0) = R}$$

$$\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

Coefficient de surtension Qs



$$\boxed{Q_S = \frac{L_S \omega_0}{R_S}}$$

$\omega_0 = 2\,\pi\, f_0$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_S C_S}}$$

Bande passante

$Z_{12} = R + jL\omega + 1/jC\omega$ $\qquad LC\omega_0^2 = 1$

$Z_{12} = R + jL\omega + LC\omega_0^2/jC\omega = R + jL(\omega - \omega_0^2/\omega)$

On se place à $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ proche de la résonance

$$Z_{12} = R + jL(\omega_0 + \Delta\omega - \omega_0^2/(\omega_0 + \Delta\omega))$$

$$Z_{12} = R + jL(\omega_0 + \Delta\omega - \omega_0 \frac{1}{1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}})$$

si x petit $1/(1+x) \approx 1 - x$ $\Rightarrow$

$Z_{12} \approx R + jL[\omega_0 + \Delta\omega - \omega_0(1 - \Delta\omega/\omega_0)]$

$Z_{12} \approx R + 2jL\Delta\omega = R(1 + 2j\Delta\omega L/R)$

$$Z_{12} = R\left(1 + jL\frac{\omega_0}{R}\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}\right)$$

Bande passante à -3 dB

$$Z_{12} = R\left(1 + jL\frac{\omega_0}{R}\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}\right)$$

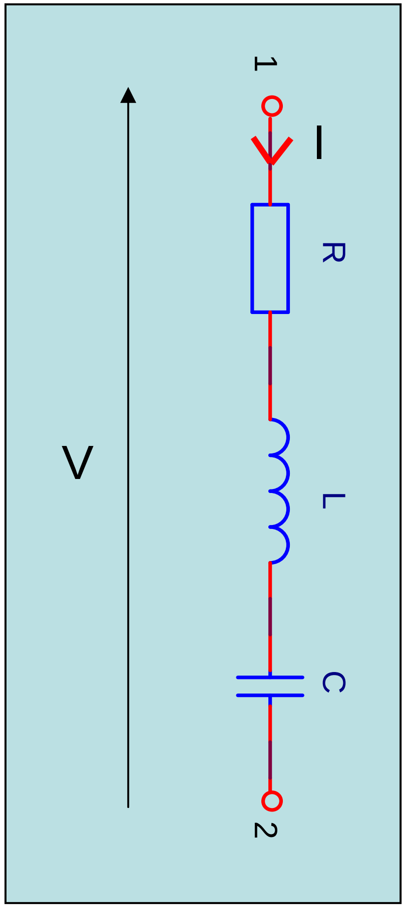
$$Z_{12} = R\left(1 + jQ_S\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}\right) = R\left(1 + jQ_S\frac{2\Delta f}{f_0}\right)$$

- A la résonance $\Delta f = 0$ $\quad Z_{12} = R$
- On se place à $f = f_0 + \Delta f$ tel que $\left(Q_S\frac{2\Delta f}{f_0}\right) = 1$

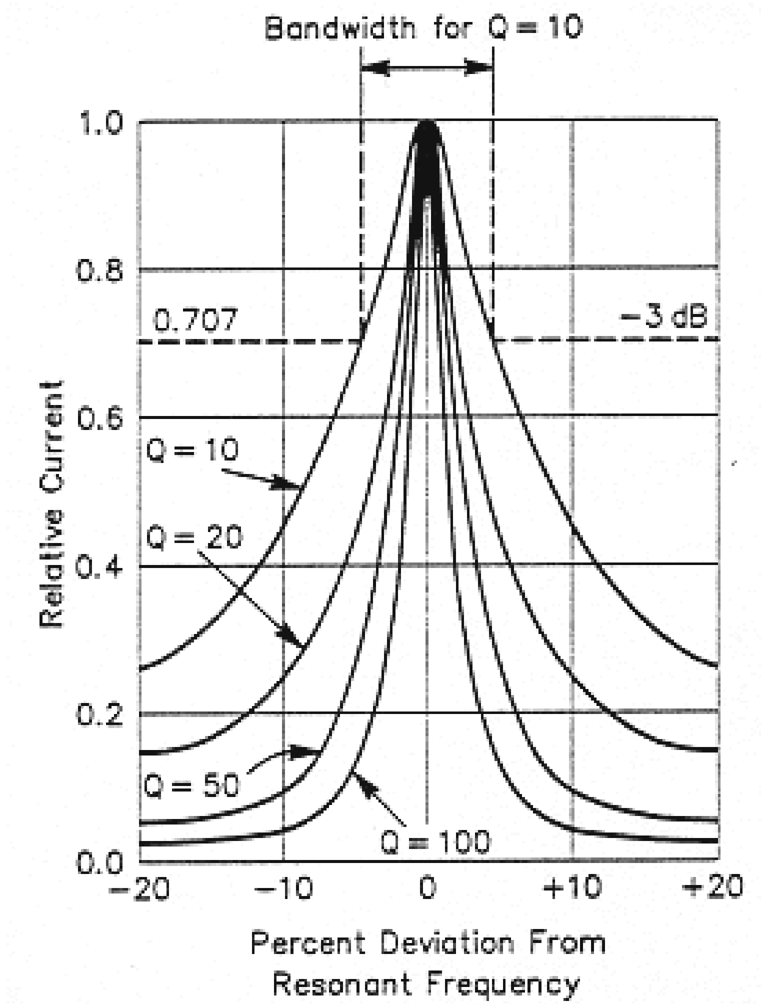
$|Z_{12}| = R\sqrt{2}$ et la phase de Z_{12} est égale à 45°

B = 2Δf = f_0/Q_s est la bande passante à -3 dB du circuit résonant série

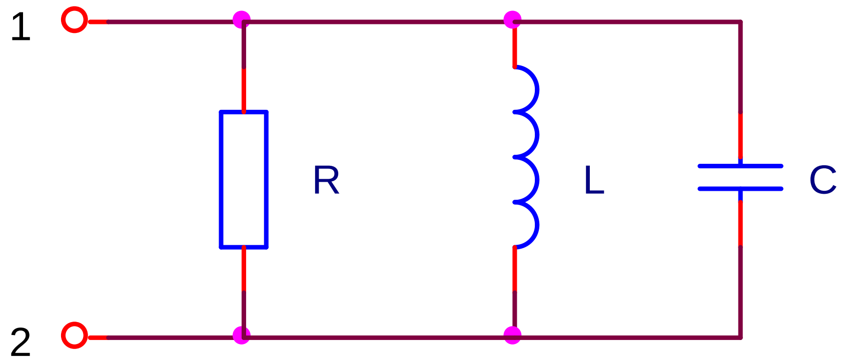
Qs et bande passante



$$B = \frac{f_0}{Q_S}$$



Circuit résonant parallèle



Y_{12} = G +1/jLω + jCω

$$Y_{12} = G + \frac{1 - jLC\omega^2}{jL\omega}$$

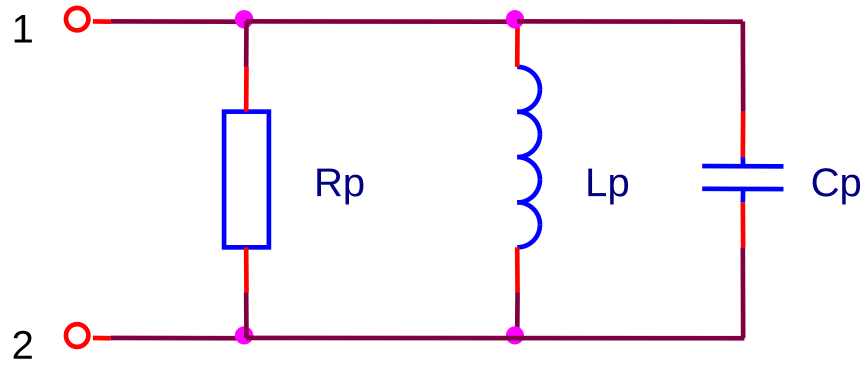
Y_{12} est minimale pour $\omega = \omega_0$ tel que **$LC\omega_0^2 = 1$**

Z_{12} est <u>maximale</u> à la résonance

$$Z_{12}(\omega_0) = R$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Coefficient de surtension Qp



$$\boxed{Q_P = \frac{R_P}{L_P \omega_0} = R_P C_P \omega_0}$$

$$\omega_0 = 2\,\pi\, f_0$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_P C_P}}$$

Bande passante

$Y_{12} = G + 1/jL\omega + jC\omega$ $\qquad LC\omega_0^2 = 1$

$Y_{12} = G + jC(\omega - \omega_0^2/\omega)$

On se place à $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ proche de la résonance

$$Y_{12} = G + jC\left(\omega_0 + \Delta\omega - \frac{\omega_0}{1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}}\right)$$

si x petit $1/(1+x) \approx 1 - x$ $\Rightarrow$ $Y_{12} \approx G + j2C\Delta\omega$

$$Y_{12} = G\left(1 + \frac{jC\omega_0}{G}\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}\right) = G\left(1 + Q_P\frac{2\Delta f}{f_0}\right)$$

Bande passante

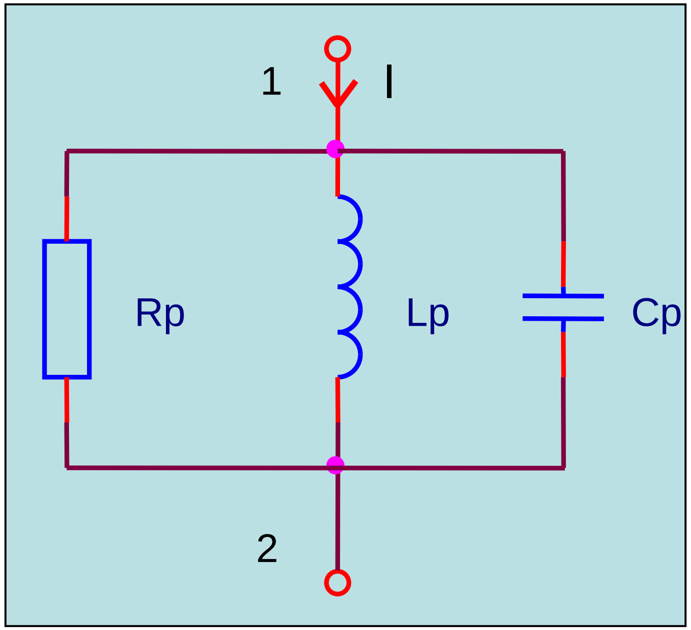
$$Y_{12} = G\left(1 + \frac{jC\omega_0}{G}\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}\right) = G\left(1 + Q_P\frac{2\Delta f}{f_0}\right)$$

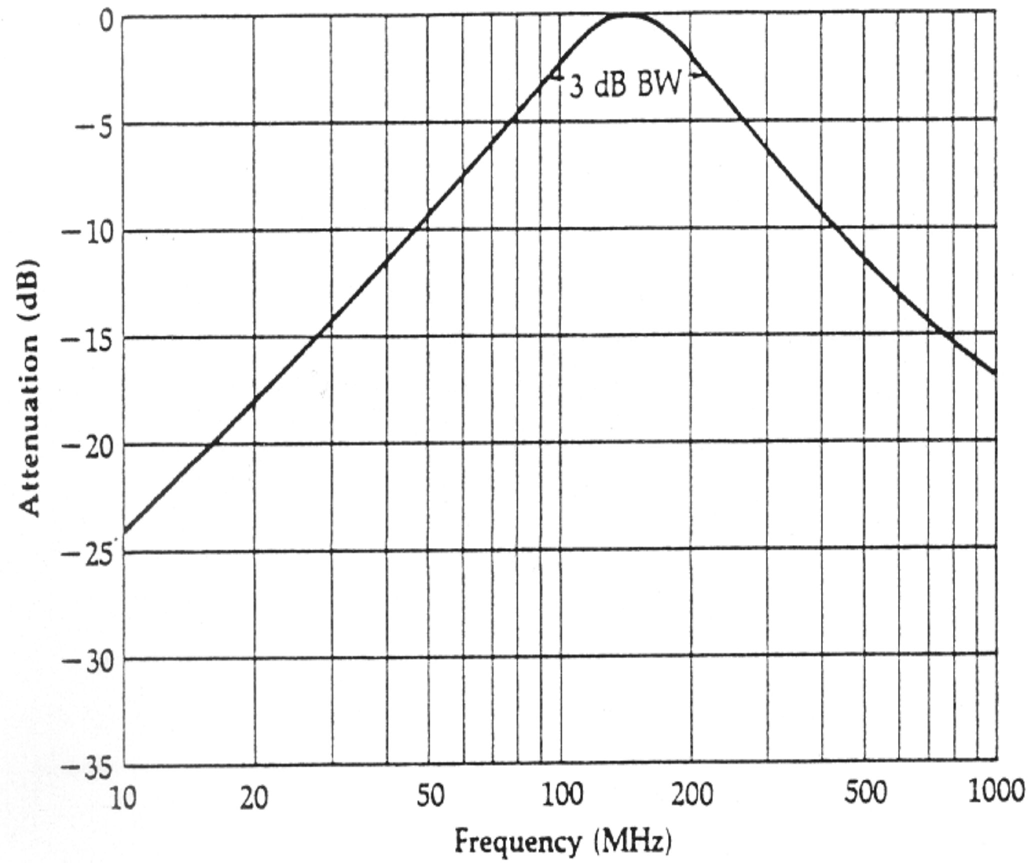
- A la résonance $\Delta f = 0$ $Y_{12} = G$ et $Z_{12} = R$
- On se place à $f = f_0 + \Delta f$ telle que $\left(Q_P\frac{2\Delta f}{f_0}\right) = 1$

$|Y_{12}(\omega)| = G\sqrt{2}$ et donc $|Z_{12}(\omega)| = R/\sqrt{2}$

$B = 2\Delta f = f_0/Q_P$ est la bande passante à -3 dB du circuit résonant parallèle

Qp et bande passante





$$B = \frac{f_0}{Q_P}$$

Récapitulatif

	Résonance série	**Résonance parallèle**
Condition de résonance	$LC\omega_0^2 = 1$	$LC\omega_0^2 = 1$
Impédance à la résonance	$Z_S = R_S \quad \angle 0°$	$Z_P = R_P \quad \angle 0°$
Facteur de surtension	$Q_S = L_S\omega_0/R_S = 1/R_SC_S\,\omega_0$	$Q_P = R_P/L_p\omega_0 = R_PC_p\omega_0$
Bande passante à –3dB	$B = f_0/Q_S$	$B = f_0/Q_P$

Réactance

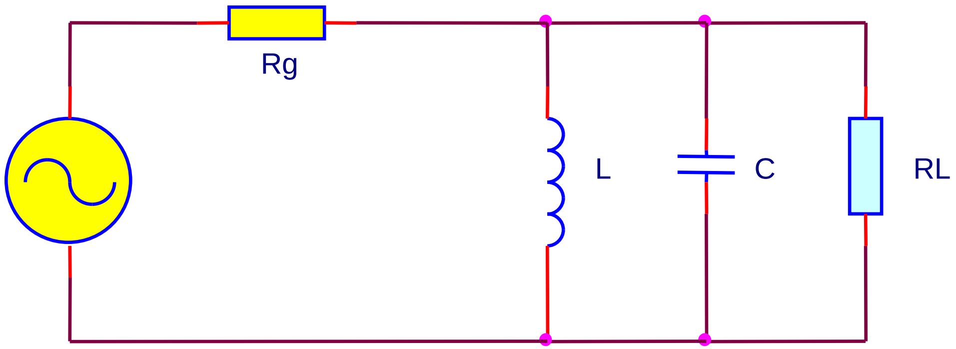
A la résonance on a toujours $\mathbf{LC\omega_0^2 = 1}$

C'est-à-dire $\mathbf{L\omega_0 = 1/C\,\omega_0 = X}$

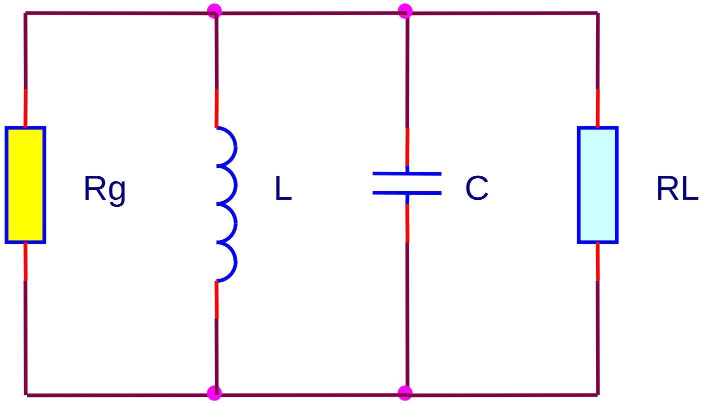
X est la ***réactance***

Une impédance complexe s'écrit $Z = R + jX$
Si $X>0$ la réactance est inductive
Si $X<0$ la réactance est capacitive

Facteur de qualité en charge Q_L



Thévenin

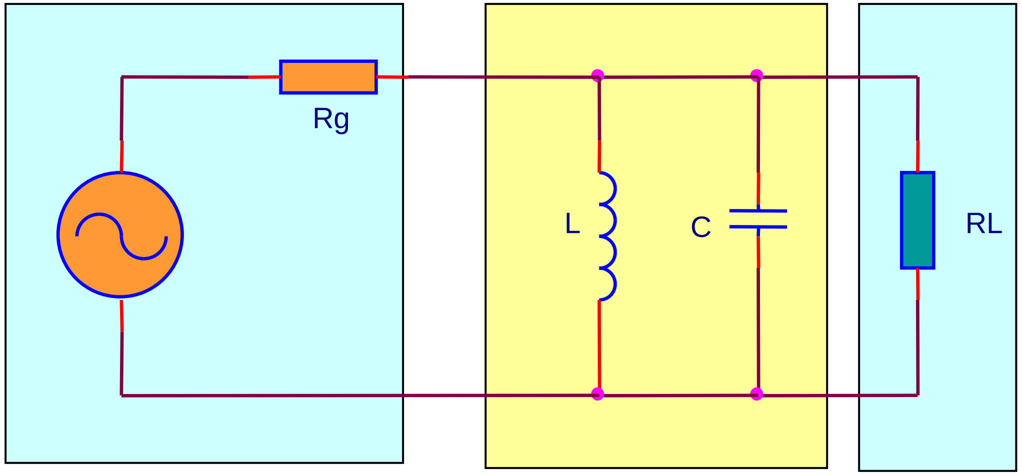


$R_P = R_g \,//\, R_L$

$$Q_L = \frac{R_P}{L\,\omega_0} = R_P C\,\omega_0$$

Exemple

Générateur:
F = 50 MHz
Rg= 150Ω



Charge:
RL=1000 Ω

- Calculer le circuit résonant pour Q=20 à 50 MHz
- Donner sa bande passante à -3 dB

Correction

- *Résistance parallèle équivalente:*

  R_P = 150 . 1000/(150+1000) = 130Ω

- *Réactance:*

  $X_P = R_P/Q_P$= 130/20 = 6,5Ω

- *Valeur de l'inductance:*

  $X_P = L\omega_0 = 2\pi fL$ **L**= 6,5/314.10^6 **= 20,7 nH**

- *Valeur de la capacité:*

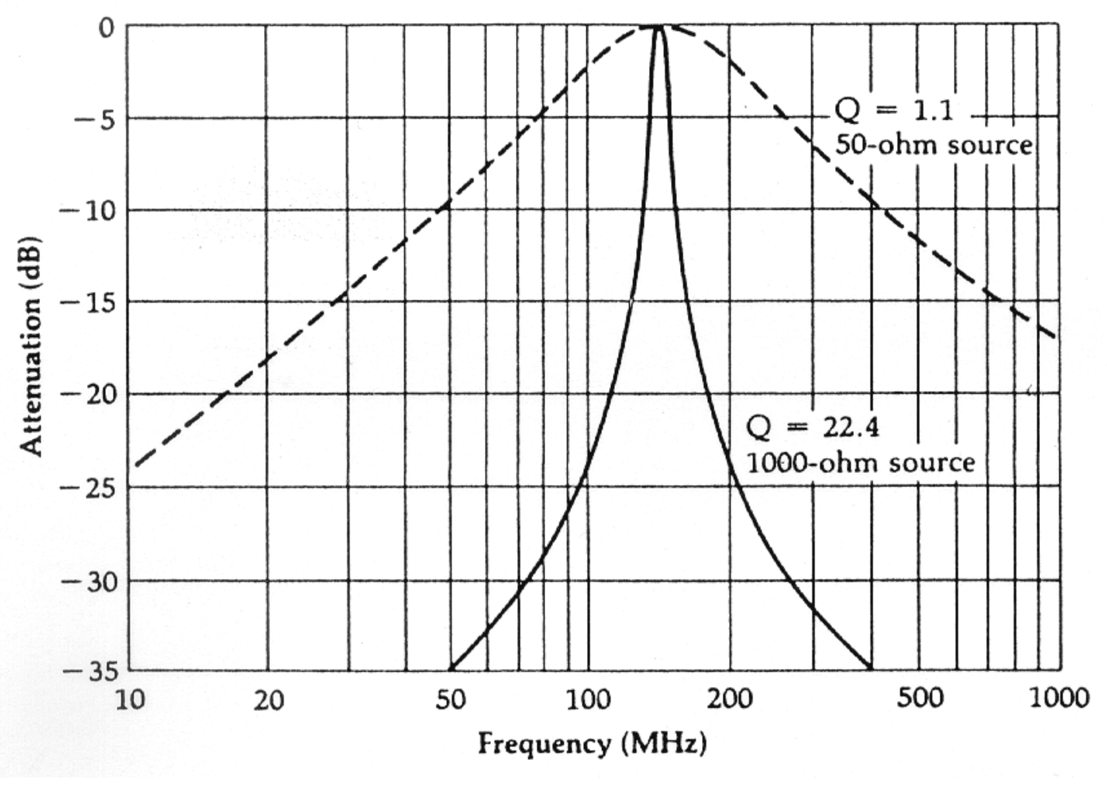
  $X_P = 1/C\omega_0$ **C** = 10^{-6}/6,5.314 **= 490 pF**

- *Bande passante:*

  B = f_0/Q_P = 50.106/20 **= 2,5MHz**

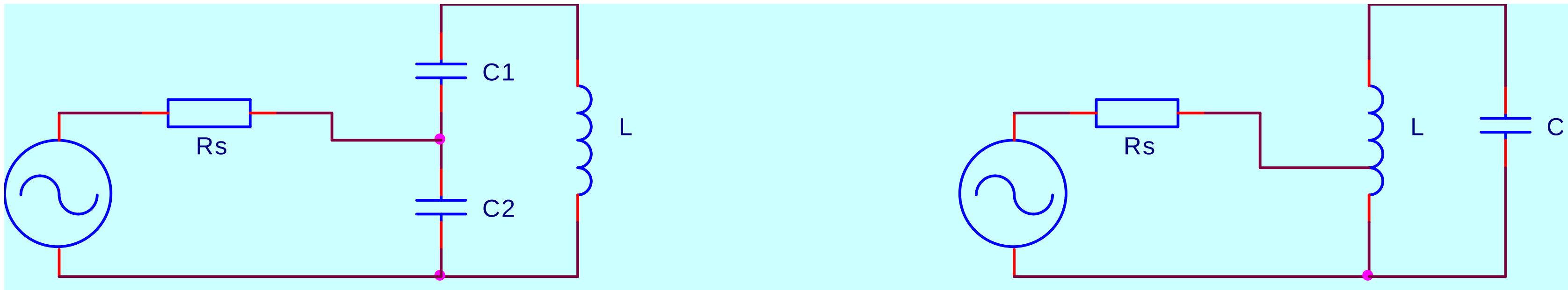
Amortissement

Les résistances de source et de charge amortissent
le circuit ce qui réduit le Q et élargit la bande passante



Prise intermédiaire

Permet de ***réduire l'amortissement***



Prise intermédiaire capacitive

Prise intermédiaire inductive

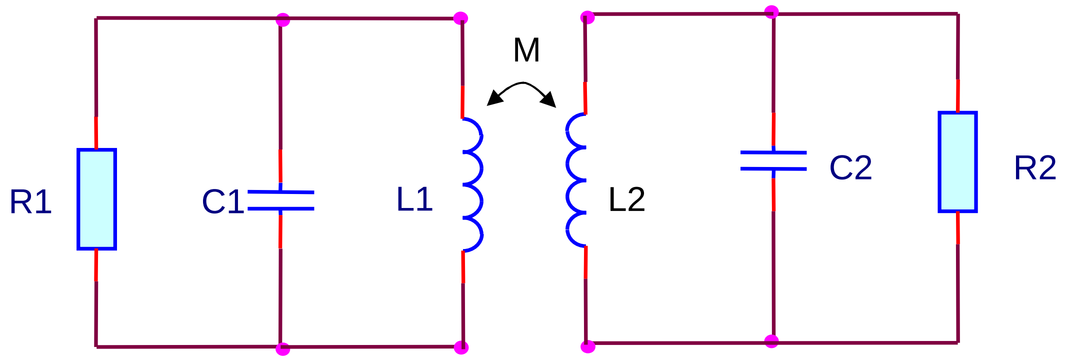
$n = C_1/(C_1 + C_2)$

$n = n_2 / n_1$ (auto transformateur)

La résistance R_P ramenée en parallèle avec le circuit est divisée par le carré du rapport de transformation n: $\mathbf{R_P=R_S/n^2}$

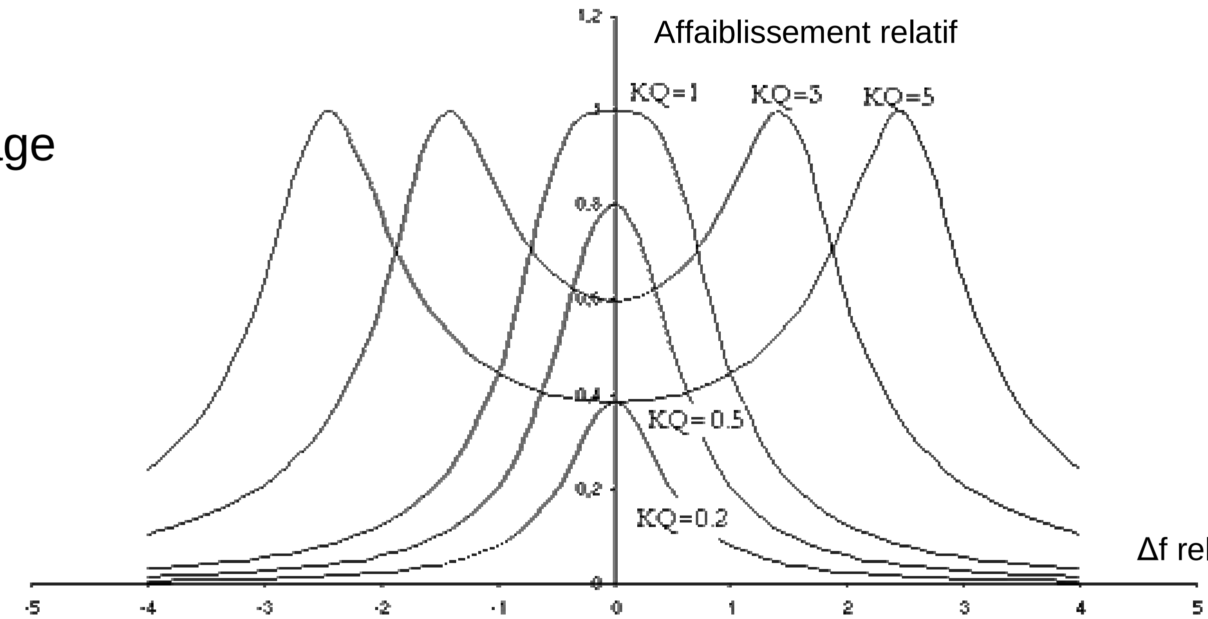
Circuits couplés

$Q_1=Q_2=Q$
$f_{01} = f_{02}$



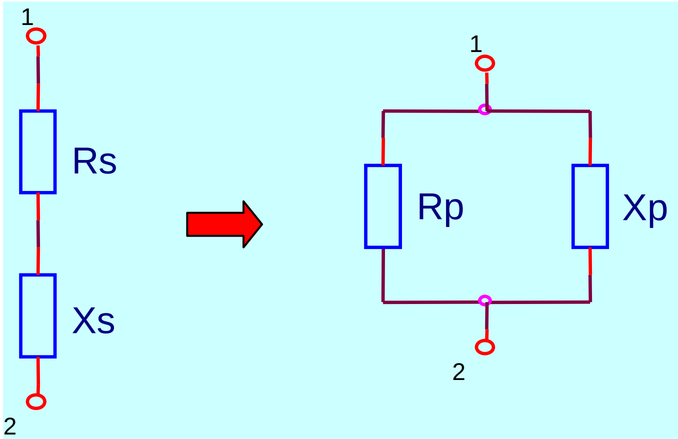
Coefficient de couplage

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$



Transformation série-parallèle

Zs = Rs + jXs



Zp = Rp // jXp

$$\boxed{R_P = R_S\left(1+\left(\frac{X_S}{R_S}\right)^2\right)}$$

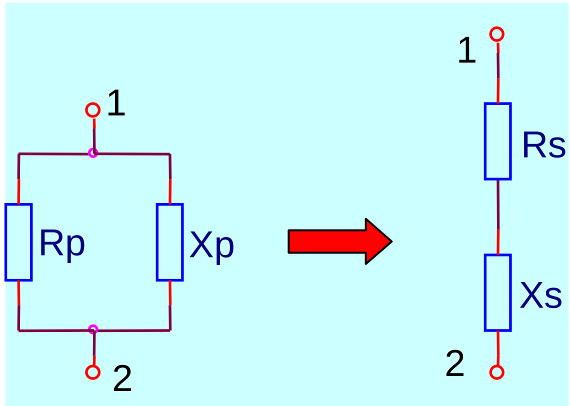
$$\boxed{X_P = \frac{R_S R_P}{X_S}}$$

$$Q_S = \frac{X_S}{R_S} \qquad Q_P = \frac{R_P}{X_P}$$

Qs = Qp

Transformation parallèle-série

Zp = Rp // jXp



Zs = Rs + jXs

$$\boxed{R_S = \frac{R_P}{1+\left(\frac{R_P}{X_P}\right)^2}}$$

$$\boxed{X_S = \frac{R_S R_P}{X_P}}$$

$$Q_S = \frac{X_S}{R_S} \qquad Q_P = \frac{R_P}{X_P}$$

$$\boxed{Qs = Qp}$$

Couplage variable

Bobine d’accord émetteur marine 200W, 350 – 500 kHz , 1962