

Radiocommunications

Modulations analogiques

Joël Redoutey

La modulation

But

Faire transporter par une onde électromagnétique appelée **porteuse** (Carrier) une ou plusieurs informations (analogiques ou numériques)

L'ensemble des informations transportées s'appelle la **bande de base**

Le milieu dans lequel s'effectue la transmission s'appelle le **canal**

Modulations analogiques

Onde Porteuse

$$s(t) = A(t) \cdot \cos [2\pi f_c(t) t + \varphi(t)]$$



AM



FM



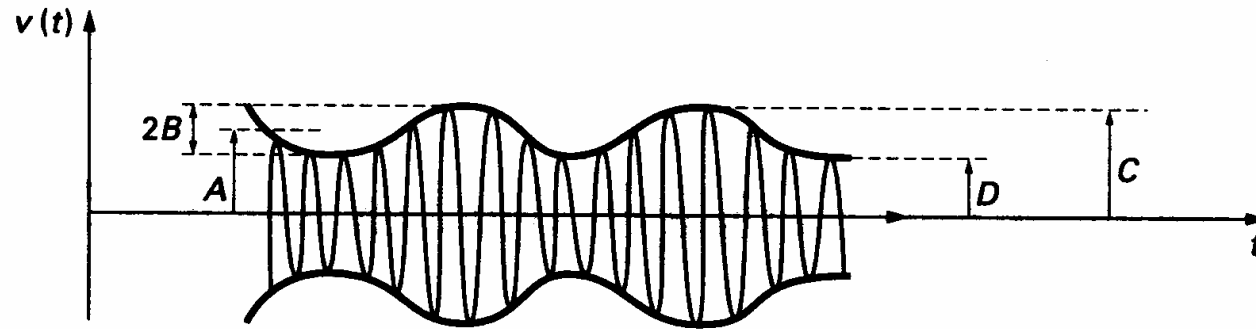
PM

Type de modulation

$$g(t) = G(t) \cos [2\pi f_m(t)]$$

Signal à transmettre

Modulation d'amplitude



$$e(t) = A(1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_c t$$

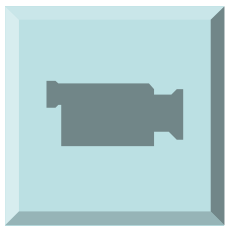
$f_m = \omega_m / 2\pi$ fréquence de modulation

$f_c = \omega_c / 2\pi$ fréquence de la porteuse

m est appelé **taux de modulation** ($0 < m < 1$)

Taux de modulation

Animation
montrant la forme
du signal modulé
en fonction du taux
de modulation



Spectre d'un signal AM

$$e(t) = A(1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_c t$$

$$e(t) = A \cos(\omega_c t) + mA \cdot \cos(\omega_m t) \cdot \cos(\omega_c t)$$

transformons le produit de cosinus en somme

$$2 \cdot \cos a \cdot \cos b = \cos(a+b) + \cos(a-b)$$

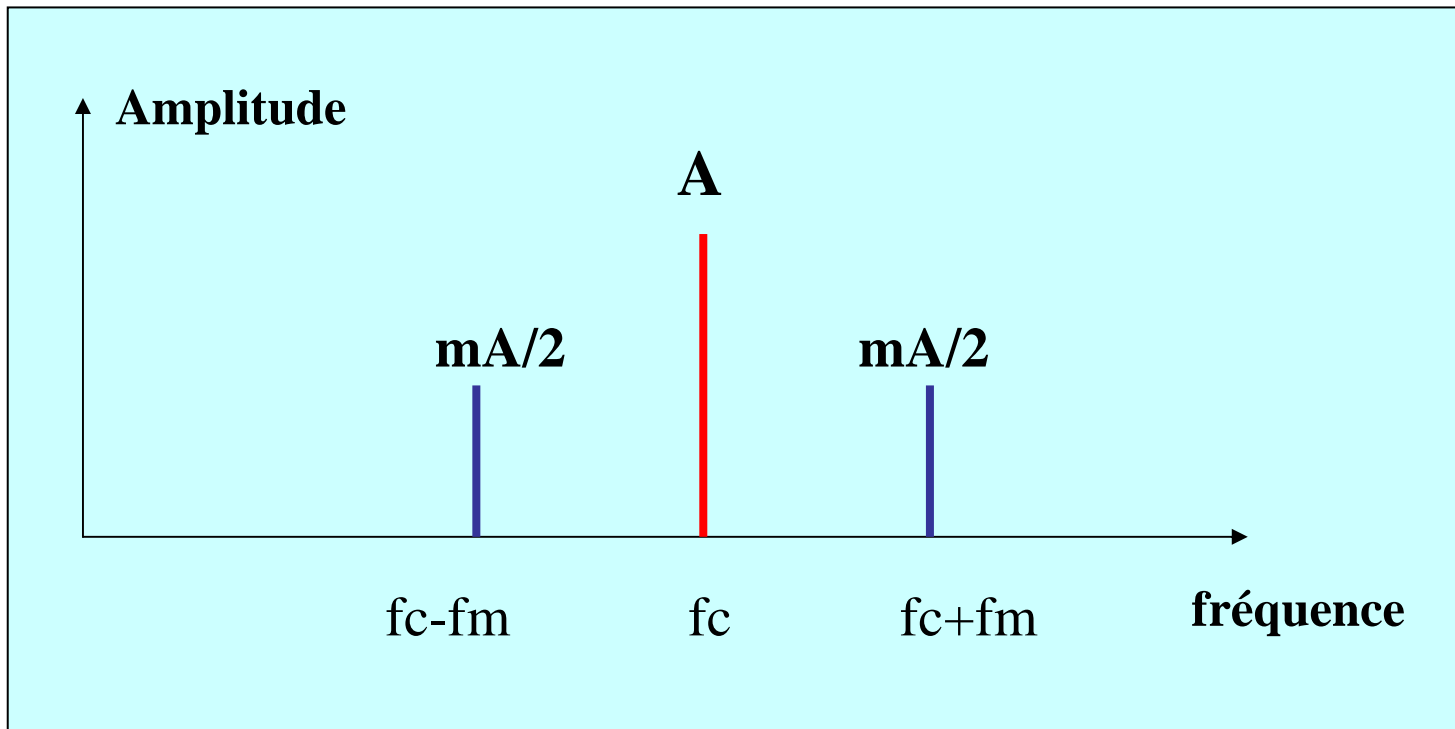
il vient:

$$e(t) = A \cos(\omega_c t) + (mA/2) \cdot \cos(\omega_c - \omega_m)t + (mA/2) \cdot \cos(\omega_c + \omega_m)t$$

On voit apparaître trois termes:

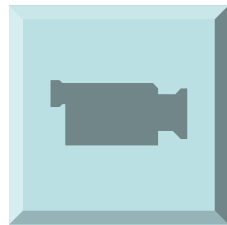
- Une composante à la fréquence de la **porteuse f_c**
- Une composante à la fréquence **$f_c - f_m$**
- Une composante à la fréquence **$f_c + f_m$**

Spectre d'un signal AM

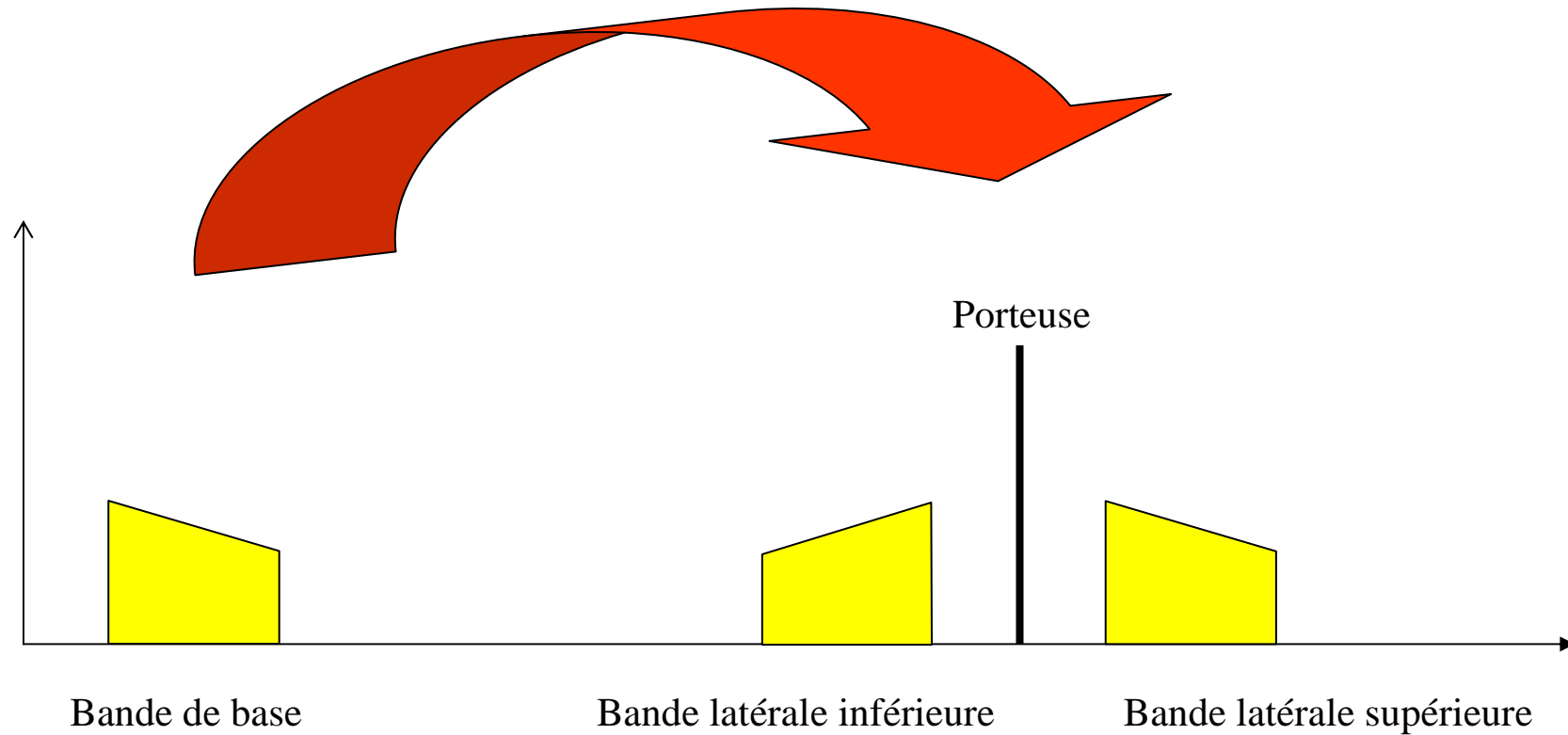


Spectre et taux de modulation

Animation montrant
l'évolution du spectre
en fonction du taux de
modulation



Modulation d'amplitude



Bilan énergétique de l'AM

L'examen du spectre d'un signal modulé en amplitude montre que:

- Toute l'information est contenue dans les bandes latérales
- Les deux bandes latérales sont redondantes
- La porteuse ne contient pas d'information mais représente la majeure partie de la puissance du signal

Bande latérale unique (BLU)

Pour augmenter l'efficacité des systèmes à modulation d'amplitude et en réduire l'encombrement spectral, on peut :

- Atténuer ou **supprimer la porteuse**
- **Supprimer une des bandes latérales**

Ceci s'effectue à l'émission par un traitement du signal entre le modulateur et les étages de puissance

Relation phase - fréquence

$$s(t) = A \cos(\omega_c t + \varphi_0) = A \cos \Phi(t)$$

$\Phi(t)$: Phase

$$\omega_i(t) = d\Phi(t)/dt$$

$\omega_i(t)$: pulsation instantanée

$f_i(t) = \omega_i(t)/2\pi$: fréquence instantanée

La fréquence est la dérivée de la phase

Modulations angulaires

Porteuse

$$s(t) = A \cos(\omega_c t + \varphi_0) = A \cos \Phi(t)$$

Signal à transmettre

$$g(t) = a \cos(\omega_m t)$$

Si $\Phi(t)$ est une fonction de $g(t) \rightarrow$ modulation angulaire

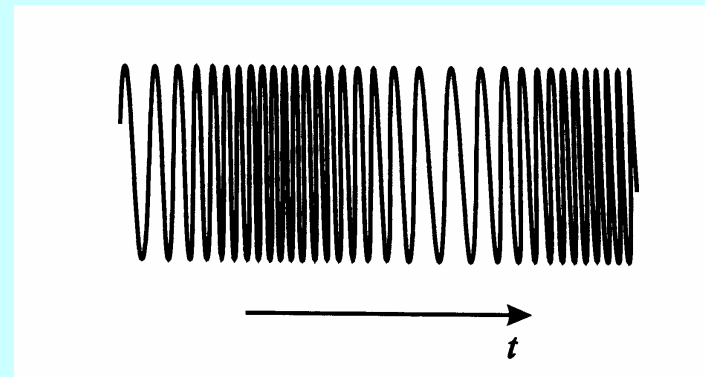
Modulation de phase

$$\Phi(t) = \omega_c t + \varphi_0 + k_1 g(t)$$

Modulation de fréquence

$$\omega_i(t) = \omega_c + k_2 g(t)$$

$$\Phi(t) = \omega_c t + \varphi_0 + k_2 \int g(t) dt$$



Modulation de fréquence FM

Porteuse

$$s(t) = A \cos(\omega_c t + \varphi_0) = A \cos \Phi(t)$$

$$\Phi(t) = \omega_c t + \varphi_0 + k_2 \int g(t) dt = \omega_c t + \varphi_0 + k_2 a \int \cos(\omega_m t) dt$$

$$\Phi(t) = \omega_c t + (\Delta\omega/\omega_m) \sin(\omega_m t) \quad \text{en prenant } \varphi_0 = 0$$

On pose:

$m = (\Delta\omega/\omega_m) = (\Delta f/f_m)$ est l'**indice de modulation**

Δf est la déviation maximale (shift) de la fréquence de la porteuse et dépend de l'amplitude du signal modulant et du circuit

$$\Delta f \ll f_c$$

Signal à transmettre

$$g(t) = a \cos(\omega_m t)$$

Expression du signal modulé en fréquence

$$e(t) = A \cos(\omega_c t + m \sin(\omega_m t))$$

$$e(t) = A[\cos(\omega_c t)\cos(m \sin(\omega_m t)) - \sin(\omega_c t)\sin(m \sin(\omega_m t))]$$

Deux cas:

- **FM à bande étroite** (radiotéléphonie, taxi, VHF marine, pompiers, ...)
- **FM à bande large** (radiodiffusion, télévision analogique par satellite)

FM à bande étroite

$$m \ll \pi/2$$

$$e(t) = A[\underbrace{\cos(\omega_c t) \cos(m \sin(\omega_m t))}_{\approx 1} - \underbrace{\sin(\omega_c t) \sin(m \sin(\omega_m t))}_{\approx m \sin(\omega_m t)}]$$

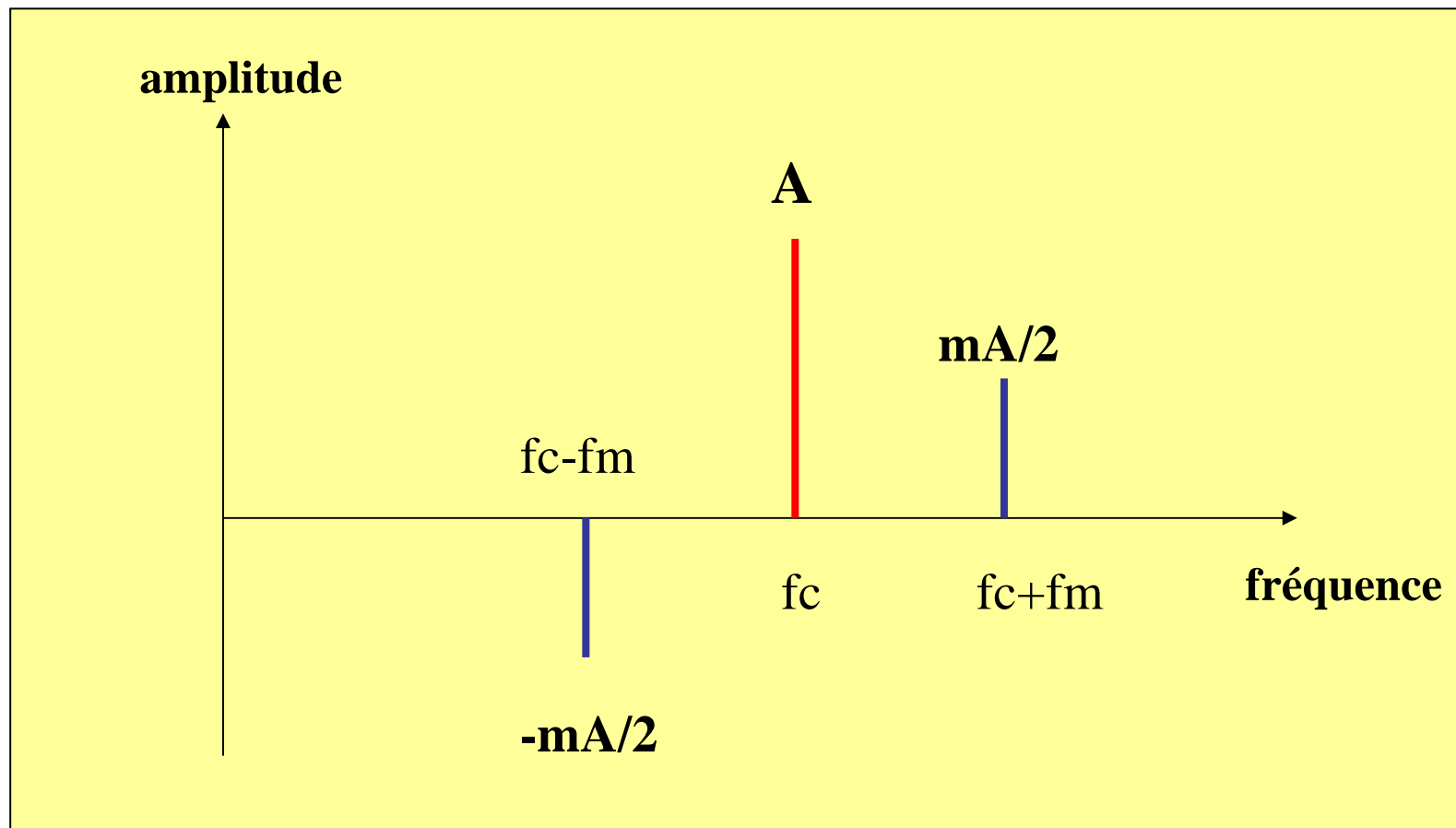
$$e(t) = A[\cos(\omega_c t) - m \sin(\omega_c t) \cdot \sin(\omega_m t)]$$

$$e(t) = A \cos(\omega_c t) + (mA/2) \cdot \cos(\omega_c + \omega_m)t - (mA/2) \cdot \cos(\omega_c - \omega_m)t$$

Expression très similaire à celle du signal modulé en amplitude:

Une porteuse et deux bandes latérales

Spectre d'un signal FM à bande étroite



Spectre d'un signal FM à large bande

$$e(t) = A[\cos(\omega_c t)\cos(m \sin(\omega_m t)) - \sin(\omega_c t)\sin(m \sin(\omega_m t))]$$

développement à l'aide des fonctions de Bessel:

$$\cos(m \sin \omega_m t) = J_0(m) + 2J_2(m)\cos(2\omega_m t) + J_4(m)\cos(4\omega_m t) + \dots$$

$$\sin(m \sin \omega_m t) = 2J_1(m)\sin\omega_m t + 2J_3(m)\sin 3\omega_m t + \dots$$

où J_n représente la fonction de Bessel du $n^{\text{ème}}$ ordre.

$$e(t) = J_0(m) - J_1(m)[\cos(\omega_c - \omega_m)t - \cos(\omega_c + \omega_m)t] + J_2(m)[\cos(\omega_c - 2\omega_m)t + \cos(\omega_c + 2\omega_m)t] - J_3(m)[\cos(\omega_c - 3\omega_m)t - \cos(\omega_c + 3\omega_m)t] + J_4(m)[\cos(\omega_c - 4\omega_m)t + \cos(\omega_c + 4\omega_m)t] + \dots$$

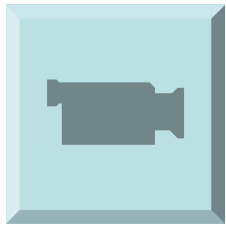
Spectre d'un signal FM à large bande

On obtient un spectre constitué de la *fréquence porteuse* et d'une *infinité de raies latérales* dont l'amplitude est proportionnelle à $J_n(m)$.

Plus m augmente, plus le spectre est large et donc plus la bande passante doit être importante.

Pour m très grand ($m > 100$) la bande passante nécessaire est égale à $2\Delta f_{\text{crête}}$

Spectre d'un signal FM en fonction de l'indice de modulation m



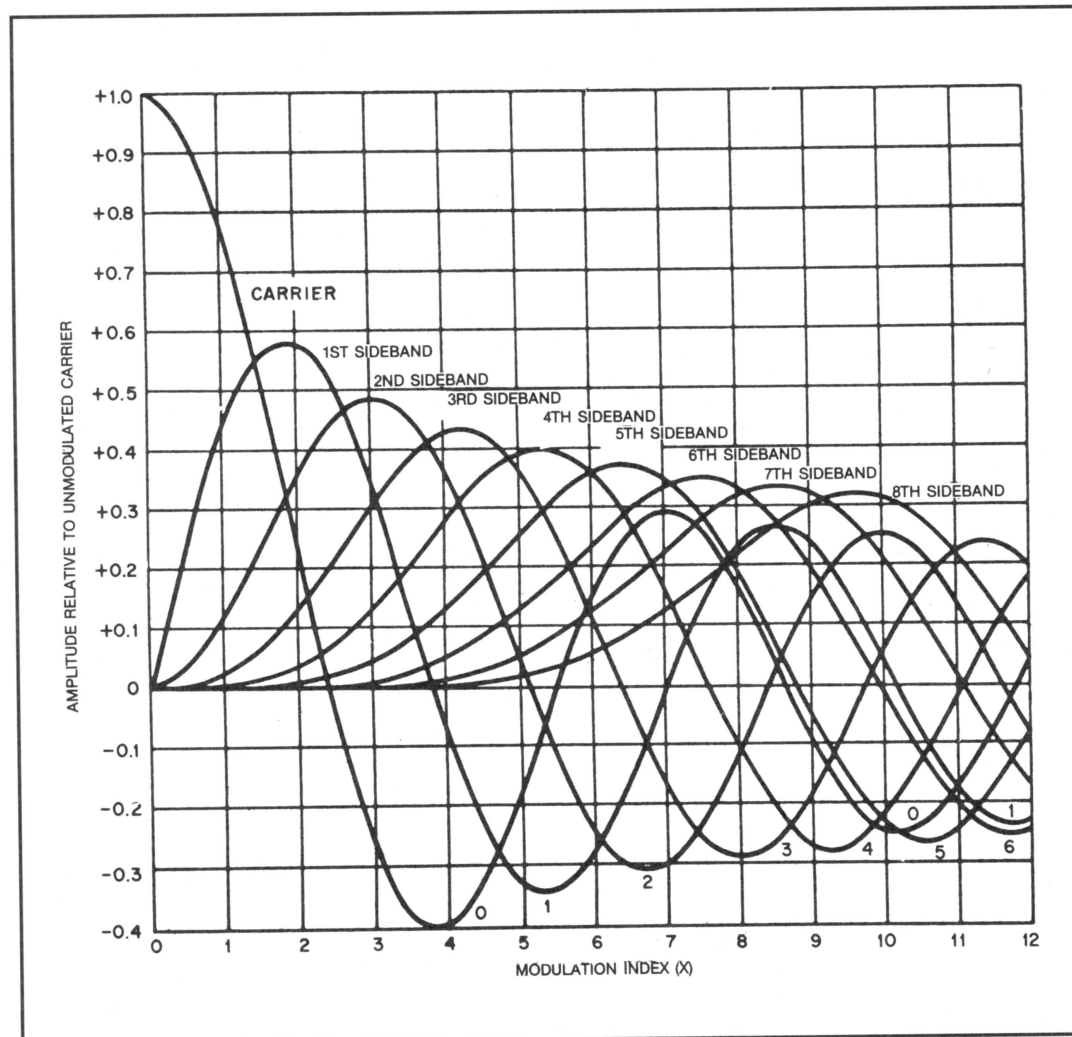
HP150-1D.MOV

Relation de Carson

Dans le cas général, la bande passante nécessaire pour la réception correcte d'une émission FM peut être approximée par la relation de Carson:

$$\mathbf{B} \approx 2(\Delta f_{\text{crête}} + f_m) \quad \text{soit} \quad \mathbf{B} \approx 2f_m (1+m)$$

Amplitude relative des raies en fonction de l'indice de modulation



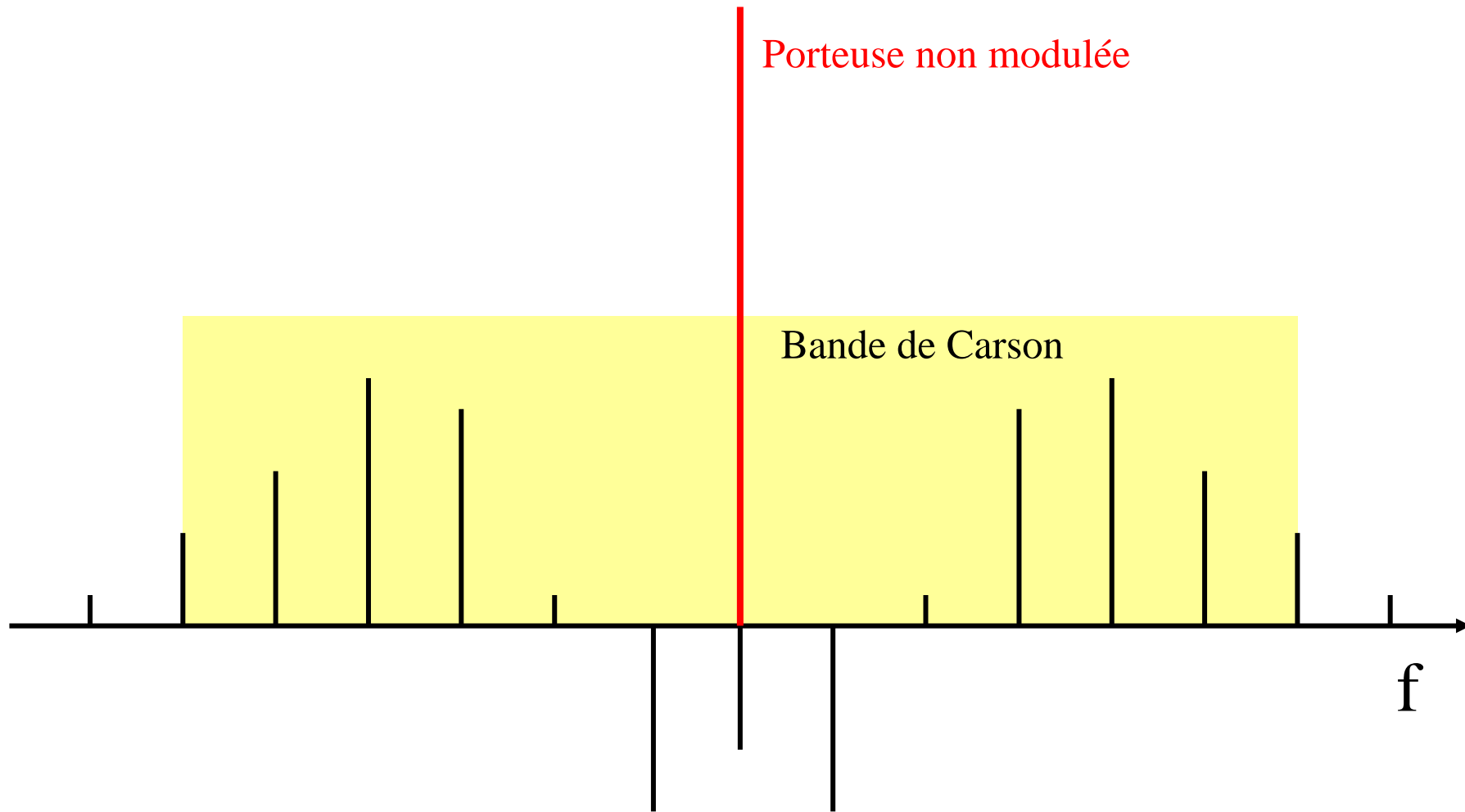
Exemple: radiodiffusion en bande FM

Fréquence de la porteuse : $F = 100$ MHz.

Modulation par un signal audio, dont la bande passante est limitée à 15 kHz, avec une déviation maximale de 75 kHz.

- Calculer l'indice de modulation m
- En déduire l'occupation spectrale de cette émission (on utilisera la formule de Carson)
- Tracer le spectre jusqu'à la septième raie latérale

Spectre pour $m=5$



Glossaire

Français	Anglais
Porteuse	Carrier
Bande latérale unique BLU	Single side band SSB
Bande de base	Base band
Modulation d'amplitude	Amplitude modulation AM
Modulation de fréquence	Frequency modulation FM
Modulation de phase	Phase modulation PM