REPONSE EN FREQUENCE DES AMPLIFICATEURS OPERATIONNELS

REPONSE D'UN AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL EN BOUCLE OUVERTE

La fonction de transfert en boucle ouverte d'un amplificateur opérationnel est généralement complexe avec plusieurs pôles ce qui peut poser des problèmes de stabilité. Il est donc impératif d'effectuer une compensation permettant d'obtenir une réponse du premier ordre de manière à ce que le fonctionnement soit inconditionnellement stable.

Il existe deux types d'amplificateur opérationnel:

- Les amplificateur opérationnel à compensation externe
- Les amplificateur opérationnel à compensation interne

Les premiers doivent être compensés par l'utilisateur en fonction de l'application, les seconds sont compensés de manière interne par le constructeur.

Nous ne considérerons par la suite que des amplificateurs opérationnels à compensation interne, dont la fonction de transfert en boucle ouverte est de la forme:

$$A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}} \qquad (1)$$

que nous pouvons écrire sous forme de Gain et Phase: $A(j\omega) = |A(j\omega)| \exp\left[j\varphi(\omega)\right]$

Gain

$$|A(j\omega)| = \frac{A_0}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \qquad (2)$$

soit en dB

$$|A(j\omega)|_{dB} = 20\log A_0 - 10\log\left(1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right) \qquad (3)$$

Phase

$$\varphi(\omega) = -Arctg\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \qquad (4)$$

pour $\omega >> \omega_0$ on peut faire l'approximation

$$A(j\omega) \cong \frac{A_0}{j\dfrac{\omega}{\omega_0}} \cong \frac{A_0\omega_0}{j\omega}$$

$|A(j\omega)| = 1$ pour $\omega_t = A_0.\omega_0$

ω_t est appelée pulsation de transition ou Produit Gain-Bande passante.

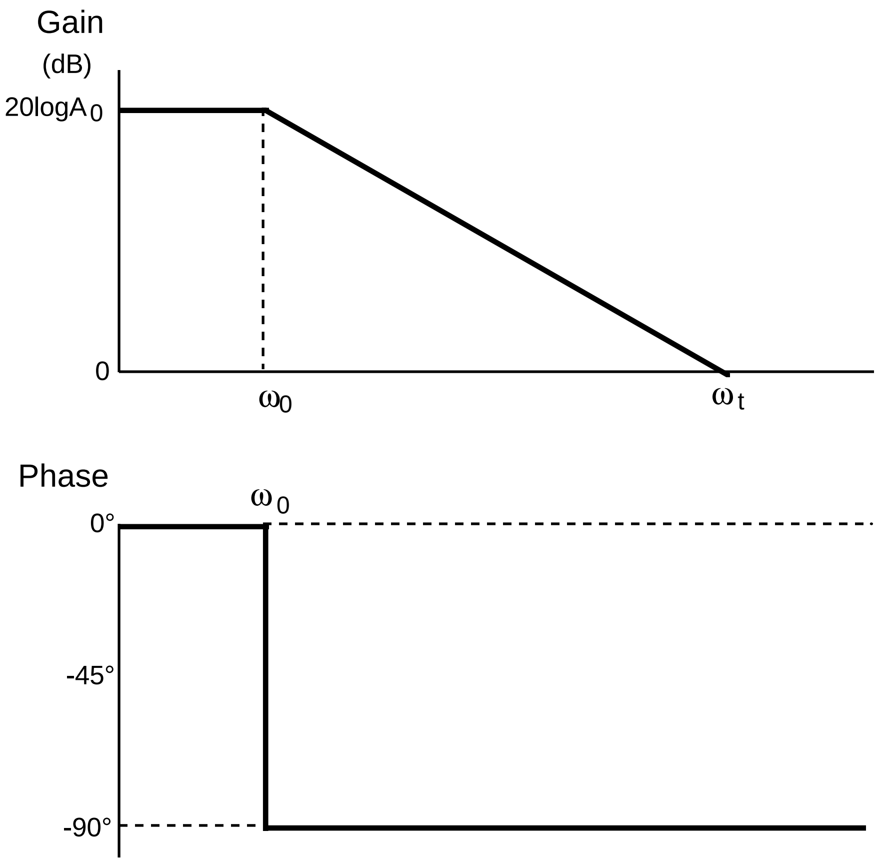
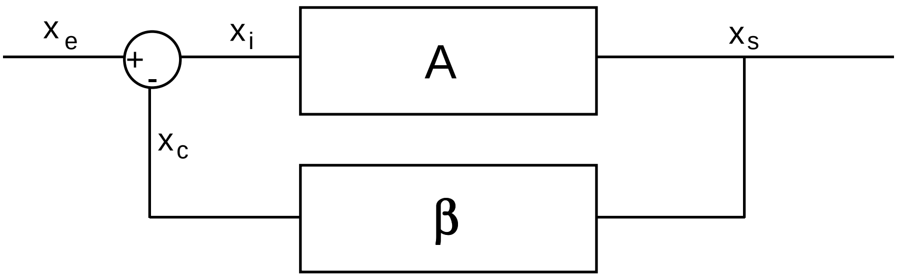


Diagramme de Bode d'un amplificateur à compensation interne en boucle ouverte

REPONSE D'UN AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL EN BOUCLE FERMEE

Considérons le système suivant:



L'amplificateur A est contre-réactionné par circuit de transmittance linéaire β.

On peut écrire d'une manière générale:

$x_S = A(x_e - x_C) = A(x_e - ßx_S)$
$x_S\,(1+ßA) = Ax_e$

d'où

$$A_c = \frac{x_s}{x_e} = \frac{A}{1+\beta A}$$

Ac est la <u>fonction de transfert en boucle fermée</u>

ßA est appelé <u>gain de boucle</u>.

La fonction de transfert de l'ensemble en boucle fermée A_C s'écrit donc:

$$A_C(j\omega) = \frac{A(j\omega)}{1+\beta A(j\omega)} \quad (5)$$

En remplaçant A(jω) par son expression (1), il vient:

$$A_C(j\omega) = \frac{\dfrac{A_0}{1+\beta A_0}}{1+\dfrac{j\omega}{\omega_0(1+\beta A_0)}} \qquad (6)$$

Posons:

$\omega_{OC} = \omega_0\,(1+\beta\, A_0)$ et $A_{0c} = \dfrac{A_0}{1+\beta A_0}$

nous pouvons écrire (6) sous la forme:

$$\boxed{A_{0c} = \frac{A_{0c}}{1+\dfrac{j\omega}{\omega_{0c}}}} \qquad (7)$$

ω_{OC} est la <u>pulsation de coupure à -3dB</u> en boucle fermée

A_{0C} est le <u>gain statique</u> en boucle fermée

En comparant cette expression à l'expression (1) donnant la réponse en boucle ouverte, on constate que la fréquence de coupure à -3dB en boucle fermée est $(1+\beta\, A_0)$ fois plus élevée qu'en boucle ouverte.
calculons le produit $A_{0C} \,.\, \omega_{OC}$

$$A_{0c}\omega_{0c} = \frac{A_0}{1+\beta A_0}\,\omega_0\left(1+\beta A_0\right)$$

$$\mathbf{A_{0c} \cdot \omega_{Oc} = A_0 \cdot \omega_O = \omega_t}$$

Le produit gain-pulsation de coupure est constant.
Si $A_{0C} = 1$ on a $\omega_{OC} = \omega_t$ d'où l'intérêt de ce paramètre.

Le produit Gain-Fréquence de coupure est une constante souvent appelée Produit Gain-Bande Passante et noté GBW

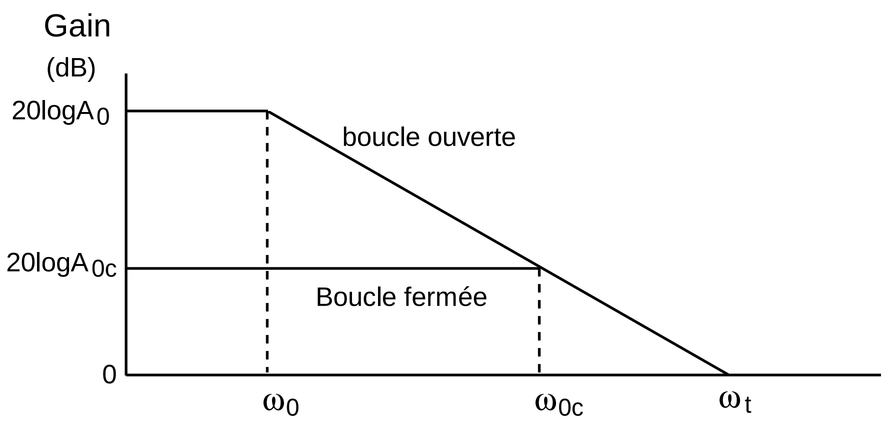


Diagramme de Bode en boucle ouverte et en boucle fermée

APPLICATION AU CAS DE L'AMPLIFICATEUR NON INVERSEUR

La fonction de transfert d'un amplificateur non inverseur de gain fini A s'écrit:

$$G(j\omega) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{1}{A(j\omega)}(1 + \frac{R_2}{R_1})}$$

en remplaçant A(jω) par sa valeur tirée de (1)

$$A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

il vient:

$$G(j\omega) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{A_0\omega_0(1 + \frac{R_2}{R_1})}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_t(1 + \frac{R_2}{R_1})}}$$

La pulsation de coupure à -3dB est alors :

$$\omega_{0c} = \frac{A_0\omega_0}{1+\frac{R_2}{R_1}} = \frac{\omega_t}{1+\frac{R_2}{R_1}}$$

Le gain statique (ω = 0) étant

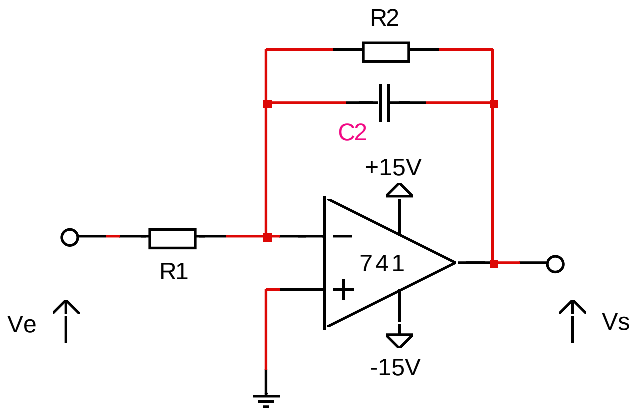
$$A_{0c} = 1+\frac{R_2}{R_1}$$

on peut écrire

$$A_0 \,.\, \omega_0 = A_{0c} \,.\, \omega_{0c} = \omega_t$$

On vérifie bien que le produit Gain-Bande passante est constant.

FILTRE PASSE BAS DU PREMIER ORDRE



On suppose que l'amplificateur opérationnel est idéal.

Soit Z_2 l'impédance formée par R_2 en parallèle avec C_2.

$1/Z_2 = 1/R_2 + jC_2\omega$ d'où $Z_2 = R_2/(1+ jR_2C_2\omega)$

Le montage étant du type inverseur, sa fonction de transfert s'écrit: $A(j\omega) = - Z_2/R_1$

En remplaçant Z_2 par son expression, il vient:

$$A(j\omega) = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1+jR_2C_2\omega}$$

calculons le module et l'argument pour faire apparaître le Gain et la phase:

$$|A(j\omega)| = \frac{R_2}{R_1}\frac{1}{\sqrt{1+(R_2C_2\omega)^2}}$$

ou en dB

$$|A(j\omega)|_{dB} = 20\log\frac{R_2}{R_1} - 10\log(1+(R_2C_2\omega)^2)$$

$\varphi(\omega) = \text{Arctg}(0) - \text{Arctg}(R_2C_2\omega) = -\pi - \text{Arctg}(R_2C_2\omega)$

Soit $\omega_2 = 1/ R_2C_2$

Pour $\omega = 0$ nous avons:

$|A(0)| = R_2/R_1$ $\quad\quad$ $|A(0)|_{dB} = 20 \log(R_2/R_1)$ $\quad\quad$ gain statique

$\varphi(0) = -p$

Pour $\omega = \omega_2$ nous avons:

$|A(\omega_2)|_{dB} = 20 \log(R_2/R_1) - 10 \log(2)$ $\quad\quad$ $\log(2)=0,30103$

$|A(\omega_2)|_{dB} = 20 \log(R_2/R_1) - 3dB$

$\varphi(\omega_2) = -p - \text{Arctg}(1) = -225°$

$\omega_2 = 1/ R_2C_2$ est la pulsation de coupure à -3dB

calculons la pente de l'asymptote de chute du gain:

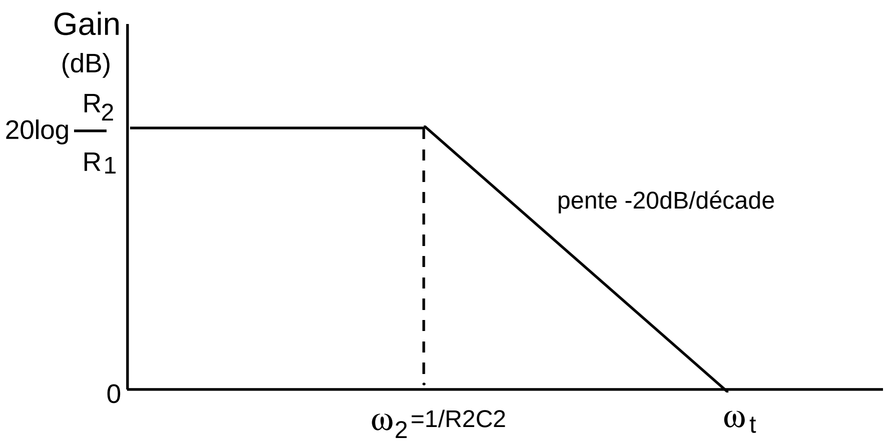
Pour $\omega = 10\omega_2$ $\quad\quad$ $A(10\omega_2)|_{dB} = 20 \log(R_2/R_1) - 10 \log(101) = 20 \log(R_2/R_1) - 20dB$

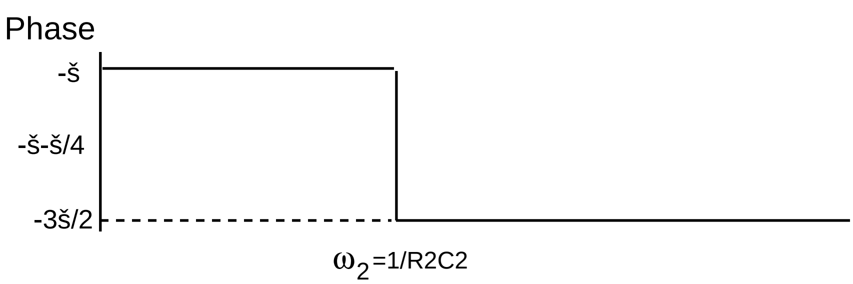
$\varphi(10\omega_2) = -180 - \text{Arctg}(10) = -264,3°$~ - (270°- 5,7°)

Pour $\omega = 100\omega_2$ $\quad\quad$ $A(100\omega_2)|_{dB} = 20 \log(R_2/R_1) - 10 \log(101) = 20\log(R_2/R_1) - 40dB$

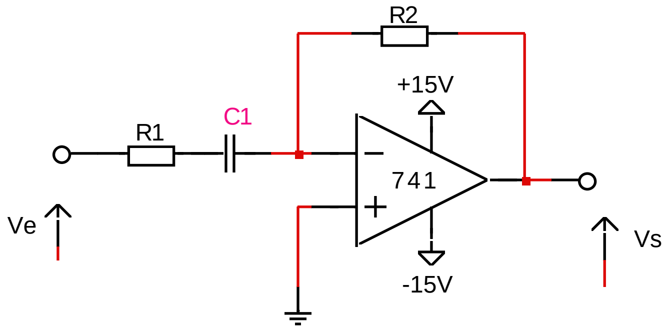
$\varphi(100\omega_2) = -\text{Arctg}(100) = -269,4°$~ - (270°-0,57°)

ce qui représente une **décroissance du gain de -20dB par décade**





FILTRE PASSE HAUT DU PREMIER ORDRE (DIFFERENCIATEUR)



On suppose que l'amplificateur opérationnel est idéal.

Soit Z_1 l'impédance formée par R_1 en série avec C_1.

$Z_1 = R_1 + 1/jC_1\omega$ d'où $Z_1 = (1+ jR_1C_1\omega) / jC_1\omega$

Le montage étant du type inverseur, sa fonction de transfert s'écrit: $A(j\omega) = -R_2 /Z_1$

En remplaçant Z_1 par son expression, il vient:

$$A(j\omega) = -\frac{jR_2C_1\omega}{1+jR_1C_1\omega}$$

calculons le module et l'argument pour faire apparaître le Gain et la phase:

$$|A(j\omega)| = \frac{R_2C_1\omega}{\sqrt{1+(R_1C_1\omega)^2}}$$

$$\varphi(j\omega) = -\frac{\pi}{2} - Arctg(R_1C_1\omega)$$

Posons $\omega_1 = 1/R_1C_1$ et $\omega_2 = 1/R_2C_1$

$$A(j\omega) = -\frac{j\dfrac{\omega}{\omega_2}}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_1}}$$

on prend $\omega_1 >> \omega_2$ c'est à dire $R_2 >> R_1$

ω_1 est la pulsation de coupure à -3dB

ω_2 est la pulsation de gain unitaire

$$\text{en effet : } \quad |A(\omega_2)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega_2}{\omega_1})^2}} \approx 1$$

Le diagramme de Bode du circuit est représenté ci dessous.

On notera que dans la démonstration précédente, on a considéré que l'amplificateur opérationnel était idéal. Dans la réalité il faut tenir compte de la réponse de l'amplificateur utilisé (représentée en pointillé sur la figure) qui limite la réponse aux fréquences élevées.